

Zürcher Hochschule
für Angewandte Wissenschaften



Mathematik-Übungssammlung

für die Studienrichtung Facility Management

Auf den nachfolgenden Seiten finden Sie Übungen zum Stoff, welcher bei Studienbeginn vorausgesetzt wird.

Der dazugehörige Stoff wird im 1. Semester vorausgesetzt und nicht repetiert.

Wädenswil, 21. Januar 2009 (Muff)

1 Termumformungen und Brüche

Aufgabe 1

Klammere alles aus, was geht:

- | | |
|---|--|
| a) $3a + 3b$ | b) $4x + 2x^2$ |
| c) $7bd^2 + 14bcd$ | d) $\frac{1}{2}a + \frac{3}{2}ab$ |
| e) $2ab + 4ac - 8ad$ | f) $x^4 - 9x$ |
| g) $12m^2n - 6m^2n^2 + 15mn^2$ | h) $(4a - 2b)(x + y) - (3a + 4b)(x + y)$ |
| i) $\frac{1}{15}x^3y - \frac{1}{10}x^2y^2 + \frac{1}{20}x^2y^3$ | |

Aufgabe 2

Multipliziere aus:

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| a) $(x + z)(2 + 3)$ | b) $3 \cdot (3a + 2)$ |
| c) $(2n + 5)5$ | d) $(r - s)(g - h)$ |

Aufgabe 3

Multipliziere aus, indem du die binomischen Formeln verwendest:

- a) $(x + 2y)^2$
- b) $(2xy - 3x)^2$
- c) $(2x + 3)(2x - 3)$

Aufgabe 4

Zerlege mit der binomischen Formel in Faktoren:

- a) $4a^2 - 12ab + 9b^2$
- b) $\frac{1}{16}m^2p + mnp + 4n^2p$
- c) $\frac{9}{4}x^2 - \frac{25}{4}y^2$

Aufgabe 5

Erweitere (Du kannst die Lösung überprüfen, indem du wieder zurück kürzt):

- a) $\frac{2}{3}$ mit 5
- b) $\frac{1}{3}$ mit b
- c) $\frac{2+a}{b}$ mit b
- d) 1 mit a
- e) a mit $(x + 1)$
- f) $\frac{x+1}{y}$ mit $a + b$

Aufgabe 6

Die folgenden Ausdrücke sind zu einem einzigen Bruch zusammenzufassen und dann soweit wie möglich zu kürzen oder anderweitig zu vereinfachen:

- | | |
|---|---|
| a) $\frac{-27ab}{3a} =$ | b) $\frac{3(a+b)(a-b)}{6(a+b)} =$ |
| c) $\frac{14ab+7ac+42ab}{70ab+14ac+7ac} =$ | d) $-\frac{(3a+n)(b-c)}{c-b} =$ |
| e) $\frac{ax+ay}{3x+3y} =$ | f) $\frac{-2}{44} \cdot 11 =$ |
| g) $2x \cdot \frac{3}{8xy} =$ | h) $\frac{b+1}{a+1} \cdot (1+a) =$ |
| i) $\frac{6ab-4cd}{12ab+8cd} \cdot (6ab+4cd) =$ | j) $\frac{12}{7} \cdot \frac{14}{6} =$ |
| k) $-\frac{5}{13} \cdot \frac{39}{-18} =$ | l) $\frac{3xy}{7ad} \cdot \frac{14cd}{8yz} =$ |
| m) $\frac{2x-y}{10x} \cdot \frac{6y}{x-2y} \cdot \frac{5x}{3y} =$ | n) $\frac{9}{8} : 5 =$ |
| o) $5 : \frac{7}{8} =$ | p) $\frac{12}{19} : \frac{7}{38} =$ |
| q) $-\frac{2}{9} : \left(-\frac{19}{27}\right) =$ | r) $\frac{35}{x} : 7 =$ |
| s) $\frac{12a}{7x} : 4ax =$ | t) $18p : \frac{9p}{5x} =$ |
| u) $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} =$ | v) $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} =$ |
| w) $\frac{5b}{4} + \frac{3b}{4} =$ | x) $\frac{3x}{2b} - \frac{x}{2b} =$ |

Lösungen

Aufgabe 1

- a) $3(a+b)$ b) $2x(2+x)$ c) $7bd(d+2c)$ d) $\frac{1}{2}a(1+3b)$ e) $2a(b+2c-4d)$ f) $x(x^3-9)$ g) $3mn(4m-2nm+5n)$ h) $(a-6b)(x+y)$ i) $\frac{1}{5}x^2y(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{4}y^2)$

Aufgabe 2

- a) $5x+5z$ b) $9a+6c$ c) $10n+25$ d) $rg-rh-sg+sh$

Aufgabe 3

- a) $x^2+4xy+4y^2$ b) $4x^2y^2-12x^2y+9x^2$ c) $4x^2-9$

Aufgabe 4

- a) $(2a-3b)^2$ b) $p(\frac{1}{4}m+2n)^2$ c) $\frac{1}{4}(3x+5y)(3x-5y)$

Aufgabe 5

- a) $\frac{10}{15}$ b) $\frac{b}{ab}$ c) $\frac{2b+ab}{b^2}$ d) $\frac{a}{a}$ e) $\frac{a(x+1)}{x+1}$ f) $\frac{(x+1)(a+b)}{y(a+b)}$

Aufgabe 6

- a) $-9b$ b) $\frac{a-b}{2}$ c) $\frac{8b+c}{10b+3c}$ d) $3a+n$ e) $\frac{a}{3}$ f) $-\frac{1}{2}$ g) $\frac{3}{4y}$ h) $b+1$ i) $3ab-2cd$ j) 4 k) $\frac{5}{6}$
l) $\frac{3xc}{4az}$ m) $\frac{2x-y}{x-2y}$ n) $\frac{9}{40}$ o) $\frac{40}{7}$ p) $\frac{24}{7}$ q) $\frac{6}{19}$ r) $\frac{5}{x}$ s) $\frac{3}{7x^2}$ t) $10x$ u) $\frac{3}{2}$ v) $\frac{5}{12}$ w) $2b$ x) $\frac{x}{b}$

2 Potenzen und Wurzeln

Aufgabe 1

- a) Schreibe als Potenz mit der Basis 2: $1024 =$
- b) Schreibe als Potenz mit der Basis 2: $512 =$
- c) $2^6 + 2^7 =$

Aufgabe 2

Berechne ohne Taschenrechner:

- a) $3^3 =$
- b) $(-3)^3 =$
- c) $(0.01)^4 =$
- d) $122^0 =$
- e) $0^6 =$

Aufgabe 3

Fasse zu einer einzigen Potenz oder zu Faktoren zusammen:

- | | |
|------------------------------|----------------------------------|
| a) $4^3 \cdot 4^7 =$ | b) $(-5)^4 \cdot (-5)^3 =$ |
| c) $6^5 \cdot (-6)^7 =$ | d) $e^{x-1} \cdot e =$ |
| e) $y^{n-3} \cdot y^2 =$ | f) $a^{m-n+2} \cdot a^{m+n-2} =$ |
| g) $3^5 \cdot 4^5 =$ | h) $(-2)^3 \cdot 7^3 =$ |
| i) $4^n \cdot 5^n =$ | j) $w^z \cdot v^z =$ |
| k) $\frac{2^{13}}{2^{10}} =$ | l) $\frac{(-3)^8}{3^6} =$ |
| m) $\frac{r^3}{r^{17}} =$ | n) $\frac{a^{m+2}}{a^m} =$ |
| o) $w^{2v} : w^{3v} =$ | p) $\frac{4^5}{2^5} =$ |
| q) $\frac{36^7}{(-9)^7} =$ | r) $x^8 : y^8 =$ |

Aufgabe 4

Zerlege in Faktoren:

- a) $a^6 - a^2$
- b) $b^{101} - b^{98}$
- c) $a^n - a^{n-2}$

Aufgabe 5

Berechne mit dem Taschenrechner:

- a) $\sqrt{5184} =$
- b) $\sqrt[3]{1728} =$
- c) $\sqrt[4]{-16} =$
- d) $\sqrt[3]{5^8} =$

Aufgabe 6

Berechne ohne Taschenrechner (so weit wie möglich):

a) $x^2 = 25$

b) $x^2 = 7$

d) $x^2 = \frac{4}{49}$

f) $x^3 = 64$

h) $x^4 = -625$

j) $\sqrt{1200} =$

l) $\sqrt{10^2 - \sqrt{6^2}} =$

n) $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} =$

c) $x^2 = -9$

e) $x^2 = 0.09$

g) $x^3 = -64$

i) $\sqrt{18} =$

k) $\sqrt{10^2 - 6^2} =$

m) $\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} =$

o) $\sqrt{\sqrt[3]{144}} =$

Aufgabe 7

Schreibe als Potenz:

a) $(\sqrt{x^5})^3$

b) $\sqrt[n]{r^{3n}}$

c) $\sqrt[q]{(4u)^p}$

d) $\sqrt[6]{a^{12}}$

e) $\sqrt[3]{125a}$

Lösungen

Aufgabe 1

a) 2^{10} b) 2^9 c) $64+128=192$

Aufgabe 2

a) 27 b) -27 c) 10^{-8} d) 1 e) 0

Aufgabe 3

a) 4^{10} b) -5^7 c) -6^{12} d) e^x e) y^{n-1} f) a^{2m} g) 12^5 h) -14^3 i) 20^n j) $(wv)^z$ k) 2^3 l) 3^2 m) r^{-14} n) a^2 o) w^{-v} p) 2^5 q) -4^7 r) $\left(\frac{x}{y}\right)^8$

Aufgabe 4

a) $a^2(a^4 - 1)$ b) $b^{98}(b^3 - 1)$ c) $a^{n-2}(a^2 - 1)$

Aufgabe 5

a) 72 b) 12 c) keine Lösung d) 73.1

Aufgabe 6

a) ± 5 b) $\pm\sqrt{7}$ c) keine Lösung d) $\pm\frac{2}{7}$ e) ± 0.3 f) 4 g) -4 h) keine Lösung i) $\pm 3\sqrt{2}$ j) $\pm 20\sqrt{3}$ k) ± 8 l) $-16, -4, 4, 16$ m) $\pm\frac{5}{12}$ n) $\pm\frac{5}{6}$ o) $12^{\frac{1}{3}}$

Aufgabe 7

a) $x^{\frac{15}{2}}$ b) r^3 c) $(4u)^{\frac{p}{q}}$ d) a^2 e) $5a^{\frac{1}{3}}$

3 Logarithmen

Aufgabe 1

Schreibe x als Logarithmus:

- a) $a^x = \frac{p}{q}$ b) $a^x = b$ c) $9^x = 5$
d) $2^x = 8$

Aufgabe 2

Logarithmenschreibweise: Welche Exponentialgleichung hat die Lösung x ?

- a) $x = \log_{\sqrt{3}} a$
b) $x = \log_p(q)$
c) $x = \log_3 11$
d) $x = \log_2(\frac{1}{8})$
e) $x = \log_a(\frac{1}{b})$

Aufgabe 3

Du hast auf einer Bank jährlich 10% Zins und möchtest wissen, wie lange es dauert, bis sich dein Vermögen verdreifacht hat. Welches ist die richtige Lösung (in Jahren)?

Aufgabe 4

- a) Welcher Logarithmus beschreibt die Aussage "Wenn ich 2 mit 3 potenziere, so erhalte ich 8" ?
b) Welche Formel beschreibt die Aussage "Wenn ich a mit b potenziere, so erhalte ich x"

Aufgabe 5

Berechne x jeweils ohne Taschenrechner, sofern irgendwie möglich, sonst mit Taschenrechner:

- | | |
|------------------------------|------------------------------------|
| a) $2^x = 16$ | b) $(\frac{1}{2})^x = \frac{1}{8}$ |
| c) $10^x = 5$ | d) $x = \log_2(16)$ |
| e) $x = \log_2(\frac{1}{2})$ | f) $x = \log_2(2)$ |
| g) $x = \log_2(1)$ | h) $x = \lg(10^6)$ |
| i) $x = \lg(\sqrt{10})$ | j) $x = \lg(2)$ |
| k) $x = \lg(200)$ | l) $x = \lg(0.2)$ |
| m) $x = \log_3(28)$ | n) $x = \log_7(99)$ |
| o) $x = \log_3(9)$ | p) $\log_x(0.000\ 001) = -6$ |

Aufgabe 6

Benutze die Zinseszinsformel:

- a) Du hast 1000.- und legst diese Summe bei 5% Jahreszins an. Nach wie vielen Jahren bist du Millionärin?
b) Wie viel Kapital musst du anlegen, wenn du bei 5% Jahreszins innerhalb von 20 Jahren Millionärin werden willst?
c) Wie gross muss der Zinssatz sein, damit du bei einem Startkapital von 1000.- innerhalb von 20 Jahren Millionärin wirst?
d) Wie lange ist die Verdoppelungszeit des Vermögens bei 1%, 2%, 5%, 10%

Zins?

Aufgabe 7

Exponentialgleichung: Löse nach x auf:

a) $2^x 3^{x-1} 4^{x-2} = 3$

b) $3^{2x} 5^{3x-4} = 3^{x-1} 5^{2-x}$.

c) $3^{-\frac{1}{x}} = 20$

d) $8 \cdot 3^{-x} = 5$

Lösungen

Aufgabe 1:

a) $x = \log_a \left(\frac{p}{q}\right)$ b) $x = \log_a b$ c) $x = \log_9 5$ d) $x = \log_2 8$

Aufgabe 2:

a) $3^{\frac{x}{2}} = a$ b) $p^x = q$ c) $3^x = 11$ d) $2^{-x} = 8$ e) $a^{-x} = b$

Aufgabe 3:

$\log_{1.1} 3$

Aufgabe 4:

a) $\log_2 8 = 3$ b) $\log_a x = b$

Aufgabe 5:

a) $x = 4$ b) $x = +3$ c) $x = 0.70$ d) $x = 4$ e) $x = -1$ f) $x = 1$ g) $x = 0$ h) $x = 6$ i) $x = \frac{1}{2}$ j) $x = 0.30$ k) $x = 2.30$ l) $x = -0.70$ m) $x = 3.03$ n) $x = 2.36$ o) $x = 2$ p) $x = 10$

Aufgabe 6

a) $3 / \lg(1.05) = 141.58$ (nach 142 Jahren) b) 376890.- c) 41.26% d) 69.7, 35.0, 14.2, 7.3 Jahre

Aufgabe 7

Wende beidseitig den Logarithmus an (\log_{10} oder \ln - spielt keine Rolle) und löse nach x auf!

a) $x = 2 \frac{\log_{10}(12)}{\log_{10}(24)} = 1.56379$ (das ausgerechnete Resultat wird ohne TR natürlich nicht verlangt).

b) $x = \frac{6 \log_{10}(5) - \log_{10}(3)}{\log_{10}(3) + 4 \log_{10}(5)} = 1.13556$.

c) $x = -\log_{20} 3 = 0.367$

d) $x = -\frac{\log(5/8)}{\log(3)} = 0.428$

4 Lineare und quadratische Gleichungen

Aufgabe 1

Löse nach x auf:

- a) $3x + 5 = 8$
- b) $\frac{1}{5}x - 2 = \frac{x}{3}$
- c) $\frac{q}{p} - 2x = a$
- d) $2 - 5x = 8$
- e) $\frac{a+bx}{2} = 5a$
- f) $\frac{a+bx}{2x} = 3a$
- g) $\frac{12x+3x}{5} - 3 = \frac{7-x}{3} - 2$
- h) $\frac{2x+7}{4x-31} = 3$

Aufgabe 2

Ein Brunnen kann durch zwei Zuflussröhren gefüllt werden. Die erste füllt ihn in 10 min und die zweite in 15 min. In wie viel Minuten wird er gefüllt, wenn beide Röhren gleichzeitig in Betrieb sind? (Nimm an, dass das Volumen des Brunnens =1 ist!)

Aufgabe 3

Bringe die folgenden quadratischen Gleichungen in ihre allgemeine Form ($ax^2 + bx + c = 0$):

- a) $x^2 - 3x = -2x^2 + 4$
- b) $5 - \frac{2x^2}{x} = \frac{2}{x}$
- c) $x + 5x^2 - 2x = -3$
- d) $0.3x^2 + 4.8 = 2.4x$

Aufgabe 4

Wie viele Lösungen besitzen die Gleichungen aus Aufgabe 3?

Aufgabe 5

Löse die Gleichungen nach x auf, falls es Lösungen gibt:

- a) $2x^2 - 7x + 3 = 0$
- b) $x^2 - 3x = 0$
- c) $(x^2 - 5)(x + 6) = 0$
- d) $\frac{9x-8}{4x+7} = \frac{3x}{2x+5}$
- e) $x^2 = 9x$

Lösungen

Aufgabe 1

a) $x = 1$, b) $x = -15$, c) $x = \frac{1}{2}(\frac{q}{p} - a)$ d) $x = -\frac{6}{5}$ e) $x = \frac{9a}{b}$ f) $x = \frac{a}{6a-b}$ g) $x = 1$ h) $x = 10$

Aufgabe 2

x =Zeit zum Befüllen des Brunnens, wenn beide Röhren in Betrieb sind. Die erste Röhre hat eine Leistung von $1/10$, die zweite eine (minütliche) Leistung von $1/15$. Zusammen haben sie eine Leistung von $1/10 + 1/15$. Wir müssen also folgende Gleichung lösen: $(1/10 + 1/15) = 1/x$. Lösung: $x = 6$ min.

Aufgabe 3

a) $3x^2 - 3x - 4 = 0$ b) $-2x^2 + 5x - 2 = 0$ c) $5x^2 - x + 3 = 0$ d) $0.3x^2 - 2.4x + 4.8 = 0$

Aufgabe 4

In der quadratischen Normalform $ax^2 + bx + c = 0$ (mit $D = a^2 - 4bc$) gilt:

$D > 0 \Rightarrow 2$ Lösungen

$D = 0 \Rightarrow 1$ Lösung

$D < 0 \Rightarrow 0$ Lösungen

Damit: a) 2 b) 2 c) 0 d) 1

Aufgabe 5

a) $3, \frac{1}{2}$ b) 0, 3 c) 3 Lösungen: $-6, \sqrt{5}, -\sqrt{5}$ d) $2, -\frac{10}{3}$ e) 0, 9

5 Textaufgaben

Aufgabe 1

Georg gibt von seinem Bargeld die Hälfte aus, dann vom Rest einen Viertel und nochmals 12.-. Es bleiben ihm noch 3.-. Wie viel Bargeld besass er anfangs?

Aufgabe 2

Ein Auto braucht zum Durchfahren einer bestimmten Strecke 12.5 Minuten, ein Mopedfahrer 20 Minuten. Wie lang ist die Strecke, wenn sich die beiden Geschwindigkeiten um 15 m/s unterscheiden?

Aufgabe 3

Vor 15 Jahren war der Vater 4Mal so alt wie sein Sohn. In 5 Jahren wird er nur noch doppelt so alt sein wie sein Sohn. Wie alt sind Vater und Sohn heute?

Aufgabe 4

Zur Fertigung eines Artikels können 3 Maschinen eingesetzt werden. Die erste Maschine benötigt zur Fertigung alleine 20 Minuten, die zweite alleine 30 Minuten und die dritte alleine 24 Minuten. Wie lange dauert die Fertigung des Artikels, wenn alle 3 Maschinen gleichzeitig eingesetzt werden?

Lösungen

Aufgabe 1

$$\left(\frac{x}{2}\right) \cdot \frac{3}{4} - 12 = 3 \Rightarrow x = 40. -$$

Aufgabe 2

x = Strecke in m

$$v_{Auto} = \frac{x}{750s}, v_{Moped} = \frac{x}{1200s}$$

$$\Rightarrow v_{Auto} - v_{Moped} = 15m/s$$

$$\Rightarrow \frac{x}{750} - \frac{x}{1200} = 15$$

$$x = 6923m$$

Aufgabe 3

x = Alter des Sohnes heute. Gleichung: $4x - 40 = 2(x + 5) \Rightarrow x = 25$

Aufgabe 4

x = Zeit, wenn alle drei Maschinen gleichzeitig eingesetzt werden.

$$\text{Gleichung: } \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{24} = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow x = 8 \text{ Minuten}$$

6 Lineare Gleichungssysteme

Aufgabe 1

Löse mit dem Substitutionsverfahren nach x und y auf:

- a) $6x - 7y = 88$
 $x = 24$
- b) $4x + 3y = 11$
 $x - 2y = 0$
- c) $x + y = 4x + 5$
 $x + y = 7x - 10$

Aufgabe 2

Löse mit dem Additionsverfahren nach x und y auf:

- a) $x + y = 26$
 $x - y = 8$
- b) $-4x + 6y = 5$
 $6x - 9y = -8$
- c) $4x + 5y + 6 = 0$
 $5x + 6y + 7 = 0$

Aufgabe 3

Löse mit dem Verfahren deiner Wahl nach x und y auf:

- a) $y = -2x + 1$
 $y = x - 5$
- b) $y = x - 6$
 $y = 7 - x$
- c) $6x + 5y = 65$
 $5x + 6 = 56$
- d) $\frac{x+y}{2} + \frac{4y}{3} = 10$
 $5 - y = \frac{x+y}{2}$

Aufgabe 4

Hier sind drei Gleichungen mit drei Unbekannten x , y und z aufzulösen:

$$\begin{aligned}5y + z &= -4x + 1 \\z - y &= -2x - 13 \\x - 2y &= z - 14\end{aligned}$$

Lösungen

Aufgabe 1

a) (24,8) b) (2,1) c) (5,20)

Aufgabe 2

a) (17,9) b) Keine Lösung c) (1,-2)

Aufgabe 3

a) (2,-3) b) (6.5, 0.5) c) (10,1) d) (-35,15)

Aufgabe 4

(-5,4,1)